

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**  
**Директор физтех-школы**  
**аэрокосмических технологий**  
**С.С. Негодяев**

	<b>Рабочая программа дисциплины (модуля)</b>
<b>по дисциплине:</b>	Механика сплошных сред: механика деформируемого твёрдого тела
<b>по направлению:</b>	Техническая физика
<b>профиль подготовки:</b>	Техническая физика космических летательных аппаратов Физтех-школа Аэрокосмических Технологий центр образовательных программ ФАКТ
<b>курс:</b>	3
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

5 (осенний) - Дифференцированный зачет

6 (весенний) - Экзамен

Аудиторных часов: 150 всего, в том числе:

лекции: 90 час.

семинары: 60 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 135 час.

Подготовка к экзамену: 30 час.

Всего часов: 315, всего зач. ед.: 7

Количество контрольных работ, заданий: 4

Программу составил: Е.И. Рыжак, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, профессор

Программа обсуждена на заседании центра образовательных программ ФАКТ 02.12.2024

## Аннотация

МСС является фундаментальной теоретической дисциплиной, формирующей у студентов представление о предметах и явлениях окружающего мира как о субстанциях, подчиняющихся законам механики и допускающих рассмотрение и изучение с точки зрения и методами механики как одной из важнейших физических наук. В отличие от механики конечного числа материальных точек (которую можно назвать «механикой дискретных сред»), МСС трактует тела как деформируемые и континуальные, что позволяет физически адекватно описывать целый ряд реальных свойств тел, не допускающих описания в рамках механики точек. Континуальный подход к описанию тел влечет за собой использование специфического (и достаточно сложного) математического аппарата, включающего в себя тензорное исчисление (т.к. основные величины МСС – тензоры различных рангов), уравнения в частных производных, элементы теории групп и функционального анализа. Таким образом, при изучении МСС преследуются две различные (но при этом взаимосвязанные) цели: (1) освоение студентами математического аппарата МСС (прежде всего тензорного исчисления, которое представляет собой «математический язык» дисциплины) и (2) овладение основными подходами, понятиями и постулатами МСС, а также усвоение основных уравнений, постановок задач и методов их исследования и решения.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

- освоение студентами математического аппарата МСС (прежде всего тензорного исчисления, которое представляет собой «математический язык» дисциплины);
- овладение основными подходами, понятиями и постулатами МСС, а также усвоение основных уравнений, постановок задач и методов их исследования и решения.

### Задачи дисциплины

- дать студентам базовые знания в области механики деформируемого твёрдого тела;
- научить студентов на примерах и задачах самостоятельно анализировать полученные результаты. физически адекватно описывать целый ряд реальных свойств тел, не допускающих описания в рамках механики точек;
- использовать континуальный подход к описанию тел, который влечет за собой использование специфического (и достаточно сложного) математического аппарата, включающего в себя тензорное исчисление (т.к. основные величины МСС – тензоры различных рангов), уравнения в частных производных, элементы теории групп и функционального анализа.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	УК-3.1 Способен устанавливать разные виды коммуникации (учебную, научную, деловую, неформальную и др.)
	УК-3.2 Взаимодействует с другими членами команды для достижения поставленной задачи
ОПК-3 Способен осуществлять теоретические и экспериментальные исследования в избранной области технической физики, учитывать современные тенденции развития технической физики в своей профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Способен проводить анализ проблем и задач, возникающих в избранной области технической физики
	ОПК-3.2 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований
	ОПК-3.3 Обладает способностью к освоению и применению новых знаний, полученных при изучении литературы, научных статей и других источников
ПК-1 Способен применять эффективные методы исследования физико-технических объектов и процессов, проводить испытания технологических процессов и (или) изделий	ПК-1.1 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ПК-1.2 Владеет аналитическими, вычислительными и экспериментальными методами исследования

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- определения, смысл и свойства основных величин и операций тензорной алгебры и анализа;
- определение и смысл понятия сплошного тела, сходства и различия основополагающих понятий МСС и механики точек, условия, при которых именно континуальный подход оказывается физически адекватным;
- смысл понятий конфигурация сплошного тела, отсчетная конфигурация и отсчетное описание;
- понятие градиента трансформации, его разложение в произведение тензора чистой деформации и тензора поворота (полярное разложение Коши);
- смысл понятия пространственное описание полей физических величин, связь между пространственным и отсчетным описаниями, в том числе известную формулу Эйлера, связывающую пространственную и материальную (т.е. отсчетную) производные по времени и соотношение между пространственным и отсчетным градиентами;
- закон сохранения массы в МСС и различные уравнения выражающие этот закон в дифференциальной форме;
- основополагающие постулаты Коши-Эйлера теории напряжений в сплошных телах, фундаментальную теорему Коши о существовании тензора напряжений Коши, понятие тензора напряжений Пиолы (как атрибута отсчетного описания), связь тензоров напряжений Коши и Пиолы между собой, интегральные и локальные уравнения импульса, момента импульса и энергии как в пространственном, так и в отсчетном описаниях, специфические свойства тензора напряжений Коши;
- общие принципы теории определяющих соотношений материалов, понятия простого материала и функционала отклика (выражающего зависимость тензора напряжений от предыстории градиента трансформации), классификацию материалов по их группам равноправности, понятия линейно-вязкого материала и линейно-вязкой жидкости, нелинейно-упругого материала, корректные инкрементальные (линеаризованные) определяющие соотношения для упругих материалов, место линейной теории упругости как весьма частного случая линеаризации соотношений общей теории упругости;
- уравнение Навье-Стокса (уравнение движения линейно-вязкой жидкости), простейшие вискозиметрические течения;
- уравнение движения упругих тел, их линеаризацию относительно состояния с ненулевыми напряжениями (в случае малых градиентов смещений), общую теорию Адамара распространения поляризованных плоских волн малой амплитуды, неравенство Адамара как условие существования волн трех поляризаций для любого направления распространения;
- определение и критерий устойчивости/неустойчивости состояния равновесия упругого тела с упругой заделкой на части границы, общую теорему Адамара об устойчивости (неравенство Адамара – универсальное необходимое условие устойчивости при любых граничных условиях), задачу о потере устойчивости сжатого призматического нелинейно-упругого стержня.

уметь:

- правильно записывать и преобразовывать алгебраические и дифференциальные уравнения, включающие векторные величины и тензорные величины различных рангов, определять ранг тензоров, задающих те или иные линейные соотношения между тензорами заданных рангов, находить градиенты, дивергенции и роторы тензорных полей, находить производные тензорных функций по тензорному аргументу;
- находить по заданному закону движения конечные и скоростные (инкрементальные) деформационно-ротационные величины, пользоваться уравнениями совместности и в простых случаях находить поля инкрементальных смещений по заданным совместным полям инкрементальных деформаций;
- определять, является ли равновесным состояние тела с заданным полем тензора напряжений и заданными напряжениями и кинематическими связями на границе;
- определять, является ли заведомо неустойчивым прямолинейное состояние сжатого призматического стержня с жестко закрепленными торцами в зависимости от геометрических параметров стержня, величины сжимающего напряжения и параметров заданного нелинейно-упругого закона.

владеть:

- навыками самостоятельной работы с материалами лекций и литературными источниками по тематике дисциплины;
- терминологией дисциплины как в части ее специфического математического аппарата, так и в части ее физико-механического содержания;
- стандартными методами исследования задач о равновесии сплошных тел, распространении волн и устойчивости состояний равновесия упругих тел.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Тензорное исчисление в бескоординатном изложении. Система обозначений Гиббса.	15	10		9
2	Кинематика сплошной среды.	10	10		9
3	Напряжения в сплошных средах.	10	5		18
4	Общая теория определяющих соотношений материалов.	10	5		24
5	Линейно-вязкие жидкости.	20	10		19
6	Упругие тела при конечных деформациях. Корректная линеаризация соотношений. Волны малой амплитуды.	15	10		19
7	Устойчивость равновесных состояний упругих тел.	10	10		37
Итого часов		90	60		135
Подготовка к экзамену		30 час.			
Общая трудоёмкость		315 час., 7 зач.ед.			

##### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 5 (Осенний)

###### 1. Тензорное исчисление в бескоординатном изложении. Система обозначений Гиббса.

Тензоры второго ранга ( $TP(2)$ ) как операторы Диады. Диадное представление  $TP(2)$ . Размерность линейного пространства  $TP(2)$ , диадные и другие базисы. Двойное скалярное произведение в пространстве  $TP(2)$ . Билейная форма  $TP(2)$ , изоморфизм между  $TP(2)$  и билейными формами. Транспонирование  $TP(2)$ , умножение на вектор слева. След  $TP(2)$ . Взаимно ортогональные подпространства симметричных и антисимметричных  $TP(2)$ , девяти-ров и шаровых  $TP(2)$ . Детерминант как отношение объемов. Вырожденные и невырожденные  $TP(2)$ , обратный  $TP(2)$ , его диадное представление. Собственные векторы и собственные числа  $TP(2)$ , характеристический полином и характеристическое уравнение, корни характеристического уравнения и их связь с собственными числами. Симметричные  $TP(2)$ , спектральная теорема, теорема Гамильтона-Кэли, канонический вид квадратичной формы. Теорема Коши о полярном разложении. Действие ортогональных преобразований на  $TP(2)$ . Структура антисимметричных и ортогональных  $TP(2)$  в трехмерном случае.

Тензоры третьего ранга (ТР(3)) как операторы, отображающие векторы в ТР(2). Специальные ТР(3): вектор ТР(2), ТР(2) вектор, триада. Представление ТР(3) в виде суммы произведений ТР(2) вектор и суммы триад. Размерность и базисы в пространстве ТР(3). Тройное скалярное произведение – скалярное произведение в пространстве ТР(3). Трилинейная форма ТР(3), изоморфизм между ТР(3) и трилинейными формами. Изомеры ТР(3). Операции над векторами, ТР(2) и ТР(3), порождаемые скалярным произведением векторов. Трехмерный случай: операции, порождаемые векторным произведением, альтернирующий тензор, его структура и свойства.

Тензоры четвертого ранга: (ТР(4)) как операторы, отображающие векторы в ТР(3). Специальные ТР(4): вектор ТР(3), ТР(2) ТР(2), ТР(3) вектор, тетрада. Представление ТР(4) в виде суммы произведений ТР(3) вектор и суммы тетрад. Размерность и базисы в пространстве ТР(4). Четырелинейная форма ТР(4) и изоморфизм между ТР(4) и четырехлинейными формами. Изомеры ТР(4). ТР(4) как линейные операторы, отображающие ТР(2) в ТР(2), изоморфизм. Изомер (3412) – транспонирование ТР(4) как оператора в пространстве ТР(2). Симметричные ТР(4), спектральная теорема, канонический вид квадратичной формы над пространством ТР(2). Единичный ТР(4) и некоторые ортогональные проекторы в пространстве ТР(2), употребительные в МСС.

Тензоры произвольного ранга  $k$  как операторы, отображающие векторы в ТР( $k-1$ ). Основные свойства, обозначения, операции. Изоморфизм между ТР и линейными операторами, отображающими ТР в ТР – основной критерий «тензорности». Действие ортогональных преобразований на ТР.

Градиент тензорного поля. Определение. Выражение производной по направлению через градиент и градиента через производные по направлениям векторов базиса. Формулы дифференцирования, тензорная специфика. Дивергенция и ротор тензорного поля. Теоремы Гаусса-Остроградского и Стокса. Градиент, дивергенция и ротор тензорного поля, заданного с помощью криволинейных координат.

Второй градиент тензорного поля, его симметрия. Алгебраическое выражение различных дифференциальных операций второго порядка через второй градиент. Лапласиан. Лапласиан в криволинейных координатах. Необходимое и достаточное условие потенциальности тензорного поля.

Тензорные функции тензорного аргумента. Понятие производной по тензорному аргументу, формулы дифференцирования. Вторая производная по тензорному аргументу, ее симметрия. Необходимое и достаточное условие потенциальности тензорной функции.

## 2. Кинематика сплошной среды.

Понятие материального континуума, сходство и различие с дискретными материальными системами. Масса, постулат постоянства массы. Конфигурации, движения, плотность массы в различных конфигурациях. Отсчетная конфигурация и отсчетное описание движения сплошной среды. Градиент деформации  $F$  – основная деформационная характеристика. Пространственное описание, связь производных по времени и градиентов в пространственном и отсчетном описаниях, формула Эйлера. Закон сохранения массы в дифференциальной форме. Изохорическое движение. Формула переноса Рейнольдса, аналогичные формулы для линейных и поверхностных интегралов. Материальные и пространственные линии и поверхности. Условия прилипания и проскальзывания вдоль поверхностей, изменяющихся заданным образом. Проскальзывание вдоль изменяющихся заданным образом линий. Условия совместности для тензора  $F$ . Замена отсчетной конфигурации. Полярное разложение для тензора градиента деформации чистая деформация и поворот. Левый и правый тензоры чистой деформации, их оси и собственные значения. Левый и правый тензоры Коши-Грина. Относительно удлинение и угол сдвига при конечных деформациях. Некоторые примеры деформаций тел. Актуальная конфигурация в качестве отсчетной (относительное описание), относительный градиент деформации, его производная по времени. Скорости дисторсий, деформаций и поворотов, угловая скорость. Соответствующие инкрементальные величины. Уравнения совместности для скоростных и инкрементальных деформационных величин. Движение среды как жесткого целого при повсеместном отсутствии скоростей деформаций, то же для конечных деформаций. Теорема и формула Чезаро. Парадокс кинематики конечных деформаций.

## 3. Напряжения в сплошных средах.

Интегральные уравнения импульса и момента импульса. Массовые и контактные силы, принцип разрезания Эйлера-Коши. Постулат Коши. Фундаментальные лемма и теорема Коши, существование тензора напряжений. Локальное уравнение импульса. Безмоментность среды (отсутствие контактных моментов) и локальное уравнение момента импульса: симметрия тензора напряжений Коши. Интегральное и локальное уравнения механической энергии. Уравнение энергии с учетом притока тепла. Аналог фундаментальной теоремы Коши – существование вектора теплового потока. Локальное уравнение энергии с учетом притока тепла. Контактные силы и тепловой поток в отсчетном описании, тензор напряжений Пиолы и вектор теплового потока Пиолы. Уравнения импульса, момента импульса и энергии в отсчетном описании. Спектральное разложение для тензора напряжений Коши, экстремальность главных напряжений. Выражение для напряжений на произвольной площадке через главные. Площадки наибольших касательных напряжений. Разрывы тензора напряжений, непрерывность вектора напряжений. Некоторые примеры равновесных полей напряжений. Сила Архимеда в гидростатическом поле напряжений. Теорема и формула Бельтрами – общее представление равновесных полей напряжений Коши через тензор функций напряжений. Плоский случай – функция напряжений Эйри.

#### 4. Общая теория определяющих соотношений материалов.

Понятие предистории временной зависимости. Динамические процессы и понятие определяющих соотношений. Общие принципы – аксиомы Нолла. Простые материалы. Пример: упругие материалы. Приведенное определяющее соотношение для произвольных простых материалов. Материалы с внутренними связями, принцип материальной объективности для внутренних связей. Модифицированный принцип детерминизма для материалов с внутренними связями и характер неопределенности в зависимости напряжений от предисторий допустимых деформаций. Естественная конфигурация, ее свойство. Принципиальная зависимость функционала отклика от отсчетной конфигурации. Материальный изоморфизм, единообразные и однородные тела. Преобразование функционала отклика при переходе к другой отсчетной конфигурации. Равноправные конфигурации, группа равноправности. Дополнительный постулат: унимодулярность элементов группы равноправности. Преобразование группы равноправности при переходе к другой отсчетной конфигурации. Некоторые элементы классификации материалов с помощью группы равноправности. Изотропные материалы. Твердые материалы. Жидкости. Изотропия жидкостей и шаровой вид тензора напряжений в них для постоянных предисторий тензора  $F$ .

#### Семестр: 6 (Весенний)

##### 5. Линейно-вязкие жидкости.

Линейно-вязкие материалы, следствия принципа материальной объективности. Группа равноправности и зависимость тензора вязкости от  $F$ . Сжимаемая и несжимаемая линейно-вязкая («ньютонова») жидкость, определяющее соотношение. Квазистатические течения Куэтта и Пуазейля.

##### 6. Упругие тела при конечных деформациях. Корректная линеаризация соотношений. Волны малой амплитуды.

Определение упругих материалов. Примеры твердых и жидких упругих материалов, а также ни тех, ни других («жидких кристаллов»). Дополнительный постулат о наличии упругого потенциала и его следствия. Симметрия тензора упругих модулей отсчетного описания. Яуманновы (коротационные) производная и приращение тензора напряжений Коши. Инкретентальные определяющие соотношения для тензоров напряжений Коши и Пиолы, связь между тензорами упругих модулей. Случай нулевых или шаровых начальных напряжений. Закон Гука как частный случай изотропного линейаризованного упругого соотношения при нулевых или шаровых начальных напряжениях. Уравнение движения однородного упругого тела в отсутствие массовых сил. Постановка задач о движении упругих тел. Начальные условия и различные типы граничных условий. Малые градиенты смещений относительно однородно напряженной конфигурации, линейаризованное уравнение движения. Случай закона Гука – уравнение Ламе. Плоские волны малой амплитуды в однородном анизотропном теле. Акустический тензор, его симметрия, скорости и поляризация волн для различных направлений распространения. Неравенство Адамара как условие наличия трех волн для любого направления распространения. Скорости и поляризации волн, неравенство Адамара для гукова материала.

#### 7. Устойчивость равновесных состояний упругих тел.

Определение устойчивости и неустойчивости равновесного состояния по Д. Друккеру. Эквивалентный математический критерий. Устойчивость и неустойчивость сжатого стержня с зашпечленными концами, оценка сверху для критической силы. Основная теорема Адамара об устойчивости: неравенство Адамара – необходимое условие устойчивости при любых граничных условиях. Условие Адамара как достаточное условие устойчивости в некоторых специальных случаях (теорема Ван Хофа и ее модификации). Принципиальная возможность реализации состояний разупрочнения материалов.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

учебная аудитория, оснащенная компьютером и мультимедийным оборудованием (проектор, звуковая система).

### 6.Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Бескоординатное тензорное исчисление для механики сплошных сред [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов по направ. "Прикладные математика и физика" / Е. И. Рыжак ; М-во образования и науки РФ, Моск. физ.-техн. ин-т (гос. ун-т) .— М. : МФТИ, 2011 .— 170 с.

#### Дополнительная литература

1. Механика деформируемого твердого тела [Текст] : учебное пособие для ун-тов : доп. М-вом высш. и сред. спец. образов. СССР / Ю. Н. Работнов .— М. : Наука, 1979 .— 744 с.

### 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

- 1.<http://lib.mipt.ru/> – электронная библиотека Физтеха
- 2.<http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
- 3.<http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.

### 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Пакеты офисного программного обеспечения Microsoft Office (Word, Excel, PowerPoint), OpenOffice.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Успешное освоение курса «Механика сплошных сред: механика деформируемого твёрдого тела» требует большой самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа включает в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, семинаров, учебной и научной литературе);
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях..



**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Техническая физика
<b>профиль подготовки:</b>	Техническая физика космических летательных аппаратов Физтех-школа Аэрокосмических Технологий центр образовательных программ ФАКТ
<b>курс:</b>	<u>3</u>
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестры, формы промежуточной аттестации:

- 5 (осенний) - Дифференцированный зачет
- 6 (весенний) - Экзамен

**Разработчик:** Е.И. Рыжак, д-р физ.-мат. наук, старший научный сотрудник, профессор

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
УК-3 Способен осуществлять социальное взаимодействие и реализовывать свою роль в команде	УК-3.1 Способен устанавливать разные виды коммуникации (учебную, научную, деловую, неформальную и др.)
	УК-3.2 Взаимодействует с другими членами команды для достижения поставленной задачи
ОПК-3 Способен осуществлять теоретические и экспериментальные исследования в избранной области технической физики, учитывать современные тенденции развития технической физики в своей профессиональной деятельности	ОПК-3.1 Способен проводить анализ проблем и задач, возникающих в избранной области технической физики
	ОПК-3.2 Способен решать поставленные задачи в области теоретических и экспериментальных исследований
	ОПК-3.3 Обладает способностью к освоению и применению новых знаний, полученных при изучении литературы, научных статей и других источников
ПК-1 Способен применять эффективные методы исследования физико-технических объектов и процессов, проводить испытания технологических процессов и (или) изделий с использованием современных аналитических средств технической физики	ПК-1.1 Способен использовать исследовательские методы при решении новых задач, применяя знания в различных областях науки (техники)
	ПК-1.2 Владеет аналитическими, вычислительными и экспериментальными методами исследования
	ПК-1.3 Способен разрабатывать и применять наиболее подходящие теоретические и экспериментальные методы исследований к конкретной научной задаче и интерпретировать полученные результаты

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Механика сплошных сред: механика деформируемого твёрдого тела» обучающийся должен:

**знать:**

- определения, смысл и свойства основных величин и операций тензорной алгебры и анализа;
- определение и смысл понятия сплошного тела, сходства и различия основополагающих понятий МСС и механики точек, условия, при которых именно континуальный подход оказывается физически адекватным;
- смысл понятий конфигурация сплошного тела, отсчетная конфигурация и отсчетное описание;
- понятие градиента трансформации, его разложение в произведение тензора чистой деформации и тензора поворота (полярное разложение Коши);
- смысл понятия пространственное описание полей физических величин, связь между пространственным и отсчетным описаниями, в том числе известную формулу Эйлера, связывающую пространственную и материальную (т.е. отсчетную) производные по времени и соотношение между пространственным и отсчетным градиентами;
- закон сохранения массы в МСС и различные уравнения выражающие этот закон в дифференциальной форме;
- основополагающие постулаты Коши-Эйлера теории напряжений в сплошных телах, фундаментальную теорему Коши о существовании тензора напряжений Коши, понятие тензора напряжений Пиолы (как атрибута отсчетного описания), связь тензоров напряжений Коши и Пиолы между собой, интегральные и локальные уравнения импульса, момента импульса и энергии как в пространственном, так и в отсчетном описаниях, специфические свойства тензора напряжений Коши;
- общие принципы теории определяющих соотношений материалов, понятия простого материала и функционала отклика (выражающего зависимость тензора напряжений от предыстории градиента трансформации), классификацию материалов по их группам равноправности, понятия линейно-вязкого материала и линейно-вязкой жидкости, нелинейно-упругого материала, корректные инкрементальные (линеаризованные) определяющие соотношения для упругих материалов, место линейной теории упругости как весьма частного случая линеаризации соотношений общей теории упругости;
- уравнение Навье-Стокса (уравнение движения линейно-вязкой жидкости), простейшие вискозиметрические течения;
- уравнение движения упругих тел, их линеаризацию относительно состояния с ненулевыми напряжениями (в случае малых градиентов смещений), общую теорию Адамара распространения поляризованных плоских волн малой амплитуды, неравенство Адамара как условие существования волн трех поляризаций для любого направления распространения;
- определение и критерий устойчивости/неустойчивости состояния равновесия упругого тела с упругой заделкой на части границы, общую теорему Адамара об устойчивости (неравенство Адамара – универсальное необходимое условие устойчивости при любых граничных условиях), задачу о потере устойчивости сжатого призматического нелинейно-упругого стержня.

#### **уметь:**

- правильно записывать и преобразовывать алгебраические и дифференциальные уравнения, включающие векторные величины и тензорные величины различных рангов, определять ранг тензоров, задающих те или иные линейные соотношения между тензорами заданных рангов, находить градиенты, дивергенции и роторы тензорных полей, находить производные тензорных функций по тензорному аргументу;
- находить по заданному закону движения конечные и скоростные (инкрементальные) деформационно-ротационные величины, пользоваться уравнениями совместности и в простых случаях находить поля инкрементальных смещений по заданным совместным полям инкрементальных деформаций;
- определять, является ли равновесным состояние тела с заданным полем тензора напряжений и заданными напряжениями и кинематическими связями на границе;
- определять, является ли заведомо неустойчивым прямолинейное состояние сжатого призматического стержня с жестко закрепленными торцами в зависимости от геометрических параметров стержня, величины сжимающего напряжения и параметров заданного нелинейно-упругого закона.

#### **владеть:**

- навыками самостоятельной работы с материалами лекций и литературными источниками по тематике дисциплины;
- терминологией дисциплины как в части ее специфического математического аппарата, так и в части ее физико-механического содержания;
- стандартными методами исследования задач о равновесии сплошных тел, распространении волн и устойчивости состояний равновесия упругих тел.

### 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Текущий контроль заключается в учете посещения студентами как лекций, так и семинаров, а также в учете тех или иных видов активности студентов на семинарах: выполнения домашних заданий, решения задач на семинаре, обсуждения возникающих вопросов по текущему материалу и т.п. Данные по текущему контролю учитываются как при выставлении оценок по дифференцированному зачету в осеннем семестре, так и при выставлении итоговой оценки по экзамену в весеннем семестре. При выставлении итоговой оценки первостепенное значение придается ответу на экзамене.

### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

Примеры вопросов к дифференцированному зачету:

1. Тензоры второго ранга ( $TP(2)$ ) как операторы Диады. Диадное представление  $TP(2)$
2. Собственные векторы и собственные числа  $TP(2)$ , характеристический полином и характеристическое уравнение, корни характеристического уравнения и их связь с собственными числами.
3. Тензоры третьего ранга ( $TP(3)$ ) как операторы, отображающие векторы в  $TP(2)$ .
4. Тройное скалярное произведение – скалярное произведение в пространстве  $TP(3)$ .
5. Градиент тензорного поля.
6. Теоремы Гаусса-Остроградского и Стокса.
7. Понятие материального континуума, сходство и различие с дискретными материальными системами.
8. Пространственное описание, связь производных по времени и градиентов в пространственном и отсчетном описаниях, формула Эйлера.
9. Интегральные уравнения импульса и момента импульса.
10. Понятие предистории временной зависимости. Динамические процессы и понятие определяющих соотношений.

Примеры вопросов к экзамену:

1. Линейно-вязкие материалы, следствия принципа материальной объективности.
2. Сжимаемая и несжимаемая линейно-вязкая («ньютонова») жидкость, определяющее соотношение.
3. Определение упругих материалов. Дополнительный постулат о наличии упругого потенциала и его следствия.
4. Закон Гука как частный случай изотропного линеаризованного упругого соотношения при нулевых или шаровых начальных напряжениях.
5. Плоские волны малой амплитуды в однородном анизотропном теле.
6. Акустический тензор, его симметрия, скорости и поляризация волн для различных направлений распространения.
7. Скорости и поляризации волн, неравенство Адамара для звукового материала.
8. Определение устойчивости и неустойчивости равновесного состояния по Д. Друккеру. Эквивалентный математический критерий.
9. Устойчивость и неустойчивость сжатого стержня с защемленными концами, оценка сверху для критической силы.
10. Принципиальная возможность реализации состояний разупрочнения материалов.

Примеры билетов для проведения экзамена.

Билет 1.

1. Диады. Диадное представление  $TP(2)$ . Операции над  $TP(2)$ , определяемые через операции над диадами.
2. Линеаризованные определяющие соотношения для упругих тел. Связь между различными тензорами упругих модулей.

Билет 2.

Разложение  $TP(2)$  на симметричную и антисимметричную части, на девиаторную и шаровую части.

2. Волны малой амплитуды в однородном упругом теле. Условие Адамара.

Билет 3.

Формулы для дивергенции и ротора тензорного поля, заданного с помощью криволинейных координат.

2. Уравнение совместности скоростей дисторсии<sup>1</sup>, деформаций, поворотов. Теорема Чезаро.

Билет 4.

Критерий устойчивости и неустойчивости в малом. Устойчивость Эйлера стержня - необходимое условие при жестком закреплении концов.

#### Критерии оценивания

оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;

оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;

оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, знания учебной программы дисциплины при ответе экзаменационного билета и ответе на вопросы по программе дисциплины, а также по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов;

оценка «хорошо (7)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он твердо знает материал экзаменационного билета, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «хорошо (6)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе много неточностей;

оценка «хорошо (5)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, если он знает материал экзаменационного билета, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, не допускает в ответе грубых ошибок;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал фрагментарный, характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета он показал разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушение логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2-1)» выставляется студенту по результатам контрольных, самостоятельных работ и тестов, а также, если во время ответа экзаменационного билета, он показал, что не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

оценка «отлично (10)» выставляется студенту, показавшему всесторонние, систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины;

оценка «отлично (9)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, глубокие знания учебной программы дисциплины;

оценка «отлично (8)» выставляется студенту, показавшему систематизированные, знания учебной программы дисциплины;

оценка «хорошо (7)» выставляется студенту, если он твердо знает материал экзаменационного билета, грамотно и по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе или в решении задач некоторые неточности;

оценка «хорошо (6)» выставляется студенту, если он знает материал экзаменационного билета, по существу излагает его, умеет применять полученные знания на практике, но допускает в ответе много неточностей;

оценка «хорошо (5)» выставляется студенту, если он знает материал экзаменационного билета, излагает его, умеет применять полученные знания на практике, не допускает в ответе грубых ошибок;

оценка «удовлетворительно (4)» выставляется студенту, если во время ответа экзаменационного билета он показал фрагментарный, характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения;

оценка «удовлетворительно (3)» выставляется студенту, если во время ответа он показал разрозненный характер знаний, недостаточно правильные формулировки базовых понятий, нарушение логической последовательности в изложении программного материала, но при этом он владеет основными разделами учебной программы, необходимыми для дальнейшего обучения и может применять полученные знания по образцу в стандартной ситуации;

оценка «неудовлетворительно (2-1)» выставляется студенту, если во время ответа он показал, что не знает большей части основного содержания учебной программы дисциплины, допускает грубые ошибки в формулировках основных понятий дисциплины и не умеет использовать полученные знания при решении типовых практических задач.

## **5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Порядок проведения дифференцированного зачета:

Дифференцированный зачет по дисциплине проводится по итогам текущей успеваемости. Также дифференцированный зачет проводится путем организации специального опроса в устной форме.

Порядок проведения устного экзамена:

При проведении устного экзамена обучающемуся предоставляется 60 минут на подготовку. Опрос обучающегося по билету на устном экзамене не должен превышать двух астрономических часов.

Во время проведения экзамена при подготовке ответов на билеты, обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, конспектами лекций, семинаров и любой другой литературой.

Во время проведения экзамена при ответе обучающегося на вопросы по билету или по программе дисциплины, он не может пользоваться конспектами лекций и семинаров и любой другой литературой.